УДК 517.94

КЕЧИГҮҮ МЕНЕН СЫЗЫКТУУ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР СИСТЕМАЛАРЫНЫН ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫН АСИМПТОТИКАСЫН ЧЫГАРЫЛЫШТАРДЫН МЕЙКИНДИКТИ АЖЫРАТУУ ЖАРДАМЫНДА ИЗИЛДӨӨ

ИССЛЕДОВАНИЕ АСИМПТОТИКИ РЕШЕНИЙ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ С ПОМОЩЬЮ РАСЩЕПЛЕНИЯ ПРОСТРАНСТВА РЕШЕНИЙ

INVESTIGATION OFASYMPTOTICS OF SOLUTIONS OF SYSTEMS OF LINEAR DELAY-DIFFERENCE EQUATIONS BY MEANS OF SPLITTING SPACE OF SOLUTIONS

Жээнтаева Ж.К.
Кыргыз-Өзбек университети, Ош ш., Кыргызстан
jjk_kuu@mail.ru

Аннотациялар: Автор сунуштаган чыгарылыштар мейкиндиги астындагы мейкиндиктерге бөлүштүрүү усулу менен чектүү кечигүүчү аргументтүү сызыктуу дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн баштапкы маселенин чыгарылышын асимптотикалык ажыралышынын «атайын» жана «басаңдоо» чыгарылыштарына ажыратуунун жетиштүү сандуу шарты табылган.

По предложенному автором методу расщепления пространства решений на подпространства найдены достаточные численные условия асимптотического разложения решений начальных задач для систем линейных дифференциальных уравнений с ограниченным запаздыванием аргумента на «специальное» и затухающее решения.

By means of the author's method of splitting the space of solutions into subspaces, numerical conditions are found providing an asymptotical expansion of solutions of initial value problems for linear differential equations with bounded delay into "special" and fading ones.

Түйүндүү сөздөр: дифференциалдык теңдеме, кечигүүчү аргументтүү дифференциалдык теңдеме, теңдемелер системасы, асимптотика

Ключевые слова: дифференциальное уравнение, уравнение с запаздыванием аргумента, система уравнений, асимптотика

Keywords: differential equation, equations with delay, system of equations, asymptotic

1.Киришүү

Кечигүү аргументи болгон дифференциалдык теңдеме үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарынын мейкиндиги чексиз өлчөмдүү.

Кадимки сызыктуу дифференциалдык теңдеме үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарына окшош, чектелген кечигүү аргументи болгон сызыктуу дифференциалдык теңдеме үчүн баштапкы маселенин чыгарылыштарынын жашоосун камсыз кылуучу шарттар бир нече жумуштарда ([3], [4] кө кара) табылган эле. Ал шарттар боюнча мындай (*атайын* деп аталган) чыгарылыштардын чектүү өлчөмдүү мейкиндиги бар, ар бир чыгарылыш аргументтин өсүшүнө карай кээ бир атайын чыгарылыштардын бирине умтулат.

[5] макалада бул берилген кубулуш дайыма эле орун албасын көрсөтүүчү мисал түзүлгөн. [1] макалада бул кубулуш орун алган учурда кененирээк шарттарды издөө үчүн компьютердеги сандык эксперименттерди колдонууга мүмкүн экендиги көрсөтүлгөн.

Ушул натыйжаларга байланыштуу биз буга окшош кубулуштар фундаменталдык айырмалык теңдемелер үчүн орун алышы керектиги тууралуу гипотезаны алып чыгып,

аны далилдедик [2]. Мында бул жыйынтыктардын жардамы менен белгилүүлөрдү кеңейтүүчү чектелген кечигүү аргументи болгон сызыктуу дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн дал келүүчү натыйжалар алынган.

Сызыктуу автономиялык эволюциялык теңдемелер үчүн мейкиндиктин түзүлүшү жөнүндөгү суроо “характеристикалык” деген алгебралык теңдемелерди изилдөөгө келтирери белгилүү. Ошондуктан биз автономиялык эмес теңдемелерди гана изилдеп көрөбүз.

2. Кечигүү аргументи болгон сызыктуу дифференциалдык теңдемелер системалары үчүн каралган маселелер

$$z_1'(t)=P_{11}(t)z_1(t-h)+ P_{12}(t)z_2(t-h)+\dots +P_{1m}(t)z_m(t-h),$$
$$z_2'(t)=P_{21}(t)z_1(t-h)+ P_{22}(t)z_2(t-h)+\dots +P_{2m}(t)z_m(t-h),$$
$$\dots$$
$$z_m'(t)=P_{m1}(t)z_1(t-h)+ P_{m2}(t)z_2(t-h)+\dots +P_{mm}(t)z_m(t-h),\ t\in R_+=[0,\infty),\ h=const>0, \quad (1)$$

түрүндөгү m теңдеме системасы каралууда, $m\geq 2$,

$$z_1(t)=\varphi_1(t),\ z_2(t)=\varphi_2(t),\dots,\ z_m(t)=\varphi_m(t),\ t\in[-h,0], \quad (2)$$

баштапкы шарты менен,

мында берилген функциялар $\varphi_1(t),\ \varphi_2(t),\dots,\ \varphi_m(t)\in C[-h,0]$ жана $P_{11}(t),\ P_{12}(t),\dots,\ P_{mm}(t)\in C(R_+)$, $p_-\leq P_{ij}(t)\leq p_+$, $i,j=1..m;\ p_-<p_+$ - берилген сандар.

$a_{nii} \in [a_-,a_+]>0$, $i=1..m$; $|a_{nij}| \le a>0$, $i \ne j$; $||b_{nij}|| \le b>0$, $||c_{nij}|| \le c>0$, $||d_{nij}|| \le d>0$, $i,j=1..m$,
чектөөлөрү менен операторлук-айырмалык теңдемелер системасы

$$x_{n+1}= a_n x_n + b_n y_n,\ y_{n+1}= c_n x_n + d_n y_n,\ n=0, 1, 2,\ldots \quad (7)$$

каралат.

1-ТЕОРЕМА. Эгерде

$$q_- := a_- - a(m-1) - bmw >0; \quad (8)$$

$$m(c + d w) \le q_- w, \quad (9)$$

шарттарына канааттандыруучу w оң саны жашаса, анда

$$X_{01}=1, X_{02}=0,..., X_{0m}=0, Y_{01}=0, Y_{02}=0,..., Y_{0m}=0 \quad (10)$$

баштапкы шарттарын менен

$$(\forall n \in N)(\ ||X_n||_m \ge q_-^n;\ ||Y_n||_{\Omega m} \le w||X_n||_m) \quad (11)$$

барабарсыздыктарын канааттандыруучу $\{X, Y\}$ чыгарылышы жашайт.

ДАЛИЛДӨӨ. (10) шарттары боюнча, (11) барабарсыздыктары $n=0$ болгондо орундалат. Толук математикалык индукциянын бир кадамын аткаралы:

$$|X_{1i}|=|a_{0i1} X_{01} + a_{0i2} X_{02} +\ldots +a_{0im} X_{0m} + b_{0i1} Y_{01} + b_{0i2} Y_{02} +\ldots +b_{0im} Y_{0m}| \ge$$
$$\ge a_{0ii} |X_{0i}| - |a_{0i1} X_{01} + a_{0i2} X_{02} +\ldots + a_{0i2} X_{0,i-1} + a_{0i2} X_{0,i+1} +\ldots +a_{0im} X_{0m}| -$$
$$- b(\ ||Y_{01}||_\Omega + ||Y_{02}||_\Omega +\ldots +||Y_{0m}||_\Omega) \ge$$
$$\ge a_- |X_{0i}| - a(|X_{01}| + |X_{02}| +\ldots + |X_{0,i-1}| + |X_{0,i+1}| +\ldots +|X_{0m}|) - bm\ \max\{\ ||Y_{0i}||: i=1..m\} \ge$$
$$\ge a_- |X_{0i}| - a(m-1)\max\{|X_{0i}|: i=1..m\} - bm\ \max\{\ ||Y_{0i}||: i=1..m\} =$$
$$= a_- |X_{0i}| - a(m-1)\ ||X_0||_m - bm\ ||Y_0||_m,\ i=1..m.$$

Мындан

$$||X_1||_m \ge ||X_0||_m (a_- - a(m-1) - bmw).$$

Дагы

$$||Y_{1i}||_\Omega = ||c_{0i1} X_{01} + c_{0i2} X_{02} +\ldots +c_{0im} X_{0m} + d_{0i1} Y_{01} + d_{0i2} Y_{02} +\ldots +d_{0im} Y_{0m}||_{\Omega m} \le$$
$$\le c(|X_{01}| + |X_{02}| +\ldots +|X_{0m}|) + d(\ ||Y_{01}||_\Omega + ||Y_{02}||_\Omega +\ldots +||Y_{0m}||_\Omega) \le$$
$$\le c\ m \max\{|X_{0i}|: i=1..m\} + d\ m\ \max\{\ ||Y_{0i}||_\Omega: i=1..m\} = cm\ ||X_0||_m + dm\ ||Y_0||_{\Omega m},\ i=1..m.$$

Мындан

$$||Y_1||_{\Omega m} \le cm\ ||X_0||_m + dm\ w\ ||Y_0||_{\Omega m} = m(c + d\ w)\ ||X_0||_m.$$

Индукциянын кийинки кадамдары биринчи кадамга окшош.

Ошондуктан, (11) барабарсыздыктарынын орундалуусу үчүн (8) жана (9) шарттары жетишүү. Теорема далилденди.

3. Кечигүү менен дифференциалдык теңдемелердин чыгарылыштары үчүн баалоолор

$\{y(t) \in C^{(1)}[-h,0]: y(0)=0\}$ функциялардын мейкиндиги Ω деп белгилейли.

Ω мейкиндигине

$$||y||_\Omega := \sup\{\ |y(t)/t|: -h \le t<0\}$$

нормасын киргизебиз, анда $|y(t)| \le ||y||_\Omega |\ t\ |$.

$C^{(1)}[-h,0]=R\times\Omega$ мейкиндигин функция-константалардын жана Ω функциялардын мейкиндигинин декарттык көбөйтүндүлөрү түрүндө көрсөтөбүз.

(3) теңдемеенин чыгарылышынын траектория боюнча h аралыгына жылуу оператору үчүн төмөндөгүнү алабыз: