

УДК 517.968

УСЛОВИЯ СУЩЕСТВОВАНИЯ ПОЛОЖИТЕЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ
ЛИНЕЙНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ПЕРВОГО РОДА
БИРИНЧИ ТҮРҮНДӨГҮ СЫЗЫКТУУ ИНТЕГРАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕРДИН
ОҢ ЧЫГАРЫЛЫШТАРЫНЫНЖАШООСУНУН ШАРТТАРЫ
CONDITIONS OF EXISTENCE OF POSITIVE SOLUTIONS OF LINEAR INTEGRAL
EQUATIONS OF THE FIRST KIND

*Аскар кызы Л.
Кыргызский национальный университет, Бишкек, Кыргызстан
lira555@rambler.ru*

Аннотация: Ранее автор доказала, что линейные интегральные уравнения первого рода могут быть корректными в некоторых классах аналитических функций. В данной статье найдены условия, когда решения таких уравнений будут положительными.

Мурда автор биринчи түрдөгү сызыктуу интегралдык теңдемелердин аналитикалык функциялардын кээ бир класстарында корректтүүлүгүн далилдеген. Бул макалада мындай теңдемелердин оң чыгарылыштарынын жашоосунун шарттары табылган.

Earlier, the author proved that linear integral equations of the first kind might be correct in some classes of analytical functions. Conditions to ensure positivity of solutions of such equations are found in this paper.

Ключевые слова: интегральное уравнение первого рода, линейное уравнение, аналитическая функция, корректность, положительное решение

Түйүндүү сөздөр: биринчи түрдөгү интегралдык теңдеме, сызыктуу теңдеме, аналитикалык функция, корректтүүлүк, оң чыгарылыш

Keywords: integral equation of the first kind, linear equation, analytical function, correctness, positive solution

Введение

На основе анализа работ [1]-[3] с помощью методики [4] Г.М.Кененбаева сделала вывод о наличии в математике «эффекта аналитичности» - задачи из различных разделов математики, которые являются некорректными в классах непрерывных и гладких функций, становятся корректными в некоторых классах аналитических функций. В работах упомянутых авторов это были задачи из различных разделов теории дифференциальных уравнений.

Нами были рассмотрены с данной точки зрения задачи теории интегральных уравнений. Было найдено следующее необходимое условие корректности задач для линейных интегральных уравнений первого рода.

Известно, что интегральный оператор Фредгольма с непрерывным ядром на ограниченном отрезке Δ является вполне непрерывным, то есть он переводит любую ограниченную последовательность функций в сходящуюся по норме пространства $C(\Delta)$. Следовательно, задача решения линейного интегрального уравнения первого рода типа Фредгольма с заданной правой частью - непрерывной функцией - не может быть корректно поставлена. Таким образом, корректной может быть только задача решения линейного интегрального уравнения первого рода на неограниченной области Δ .

1. Обзор известных результатов по корректным задачам для линейных интегральных уравнений первого рода

В ряде работ накладываются дополнительные условия.

В работах по регуляризации интегральных уравнений первого рода предполагается (дополнительно), что правая часть интегрального уравнения такая, что решение существует.

В литературе известен ряд теорем, простейшей из которых является следующая:

ТЕОРЕМА 1. Если $M(x,s)$ и $f(x)$ – гладкие функции, (выполняются дополнительные условия) $f(0)=0$ и $M(x,x) \neq 0$, то уравнение типа Вольтерра первого рода

с начальным условием

$$u(0,x)=\varphi(x), x \in R, (4)$$

где $a>0$, $\varphi(x)$ – заданная аналитическая функция, вещественная при вещественном x .

Из результатов [6] следует

ТЕОРЕМА 3. Если функция $\varphi(z)$ -целая аналитическая экспоненциального типа, то существует целое аналитическое решение задачи (3)-(4), которое выражается формулой

Данный результат кратко опубликован в [9].

ПРИМЕР. Для $f(x) = \exp(qx)$ получаем: $f^{(2k)}(x) = q^{2k} f^{(2k-2)}(x)$, то есть Теорема 5 дает достаточное условие для существования положительного решения: $q^2 < 2b$.

Найдем решение уравнения (6) для такой функции. Имеем:

- международной научной конференции (г. Ташкент, 16-19 ноября 2004). Том 1. – Ташкент, 2004. – С. 117-121.
8. Кененбаева Г.М., Аскар кызы Л. Класс интегральных уравнений первого рода, имеющих решение при любой правой части // Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики: труды Международной конференции, посвященной 90-летию со дня рождения академика Г. И. Марчука, Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН. - Новосибирск: Абвей, 2015. - С.321-325.
 9. Акерова Дж. А. Нелинейные дифференциальные и интегро-дифференциальные уравнения в частных производных и особенности их решений. – Автореф. дисс. ... к.ф.-м.н., специальность 01.01.02 - дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление. – Бишкек, 2016. – 18 с.
 10. Askar kyzy L. Conditions of positivity of solutions of integral equations of the first kind in the space of analytical functions // Abstracts of the V International Scientific Conference “Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics” devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Academician A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P. 35.