

УДК 519.925

ИССЛЕДОВАНИЕ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ С РАЗРЫВНЫМИ ПРАВЫМИ ЧАСТЯМИ,
ОПИСЫВАЮЩИХ ОТТАЛКИВАНИЕ ЧАСТИЦ
ОҢЖАКТАГЫ БӨЛҮКТӨРҮҮЗГҮЛТҮКТҮҮ БОЛГОН, БӨЛҮКЧӨЛӨРДҮН ТҮРТҮП
ЖЫЛДЫРЫШУУСУН БАЯНДАП ЖАЗУУЧУ ДИФФЕРЕНЦИАЛДЫК ТЕҢДЕМЕЛЕР
СИСТЕМАЛАРЫН ИЗИЛДӨӨ
INVESTIGATION OF SYSTEMS OF ORDINARY DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH
DISCONTINUOUS RIGHT HAND PARTS DESCRIBING REPELLING OF PARTICLES

Тагаева С.Б.

Кыргызский государственный технический университет, Бишкек, Кыргызстан
tagaeva_72@mail.ru

Аннотация. Рассматриваются математические модели набора частиц, отталкивающихся по закону Кулона для одинаковых электрических зарядов. Их движение описывается системами нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями. Для отдельных случаев доказано существование решений на всем интервале определения аргумента. Проведен численный эксперимент, подтвердивший полученные результаты.

Бирдей электр заряддары үчүн Кулон закону боюнча түртүп жылдырышкан бөлүкчөлөрдүн топторунун математикалык моделдери каралат. Алардын кыймылы оң жактагы бөлүктөрү үзгүлтүктүү болгон, сызыктуу эмес кадимки дифференциалдык теңдемелер системалары аркылуу жазылат. Кээ бир үчүр үчүн аргументтин аныктоосунун аралыгында чыгарылыштардын жашоосу далилдеди. Алынган натыйжаларды ырастаган сандуу эксперимент жүргүзүлдү.

There are many papers containing conditions on existence, continuity and smoothness of solutions of systems of ordinary differential equations depending on corresponding conditions on right hand parts of these equations. At the same time, there exist such classes of systems of equations of applied meaning that their right hand parts are discontinuous but their solutions exist and are smooth within all the domain of argument. Such classes of equations related to distributions of discrete electrical charges are revealed in the paper. A numerical experiment substituting an obtained result was conducted.

Ключевые слова: частица, отталкивание, закон Кулона, обыкновенное дифференциальное уравнение, численный эксперимент

Урунттуу сөздөр: бөлүкчө, түртүп жылдыруу, Кулон закону, кадимки дифференциалдык теңдеме, эсептөөчү эксперимент

Keywords: particle, repelling, Coulomb law, ordinary differential equation, numerical experiment

Введение

В статье рассматриваются одноименные одинаковые электрические точечные заряды, движущиеся на прямой R , отталкивающиеся по закону Кулона: сила отталкивания равна

нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений с разрывными правыми частями.

Отметим, что во многих работах были получены условия существования, непрерывности и гладкости решений систем нелинейных обыкновенных дифференциальных уравнений в зависимости от аналогичных условий на правые части таких уравнений. Также имеются работы, где правые части уравнений принадлежат более широким классам функций, чем непрерывные, и соответственно доказывается существование решений – обобщенных функций, см. например [1], где описываются классы уравнений типа Каратеодори.

В рассматриваемой ситуации, несмотря на то, что правые части дифференциальных уравнений разрывны, возникает предположение, что решения существуют и являются гладкими на всем интервале определения аргумента. Для отдельных случаев в статье это доказано. Проведен численный эксперимент, подтвердивший высказанное предположение. Постановка задачи предложена нами в [2].

Будем считать, что в начальный момент времени заряды расположены в различных точках.

Движение зарядов рассматривается как в очень вязкой среде, так и в среде с отсутствием трения. В последнем случае задаются также начальные скорости зарядов.

Везде будем предполагать, что $t \in \mathbf{R}_+ = [0, \infty)$. Будем также использовать малое положительное число ε .

1. Случай одного неподвижного и одного подвижного заряда

Случай одного неподвижного (с координатой $x=0$) и одного подвижного заряда (с координатой $x_1(t) > 0$), а также с заданной действующей на подвижный заряд силой в очень вязкой среде: уравнение первого порядка

с начальным условием

$$w(0) = z_2 - z_1 > 0$$

- получена начальная задача вида (1)-(2) и заключение теоремы следует из Теоремы 1.

Теорема доказана.

Случай двух подвижных зарядов (с координатами $x_1(t) < x_2(t)$), а также с заданными действующими на заряды силами в среде без трения: система двух уравнений второго порядка

```
clrscr;
writeln(' S.Tagaeva, 2016. nx charges on segment: (x_0=0, x_nx=10000)');
write(' Input nx<16, n5 (time), hx<<1 ');
readln(nx,n5,hx);
np:=100; nt:=500*n5;
for i:=0 to nx do x[i]:=10000.*i/nx;
write(' If you wish to input initial values input 1 else input 0 ');
readln (ihand);
for i:=0 to nx-1 do xn[i]:=round(x[i]);
ifihand=1 then begin
for j:=1 to nx-1 do begin write(' x[';j:2,']= '); read(xn[j]);
x[j]:=xn[j] end;
end;
for j:=1 to nx-1 do write(j:5); writeln;
for j:=1 to nx-1 do write(xn[j]:5); writeln;
for it:=0 to nt do
begin for i:=1 to nx-1 do
beginvx:=0.; for j:=0 to nx do
begin if j<>i then dx:=10000./sqr(x[i]-x[j])*10000.;
if j<i then vx:=vx+dx; if i<j then vx:=vx-dx;
end;
x[i]:=x[i]+vx*hx
end;
if it mod np =0 then
begin for j:=1 to nx-1 do
beginxn[j]:=round(x[j]); write(xn[j]:5) end; writeln;
if it mod (5*np) =0 then readln end;
end;
readln
END.
```

Заключение

В связи с полученными результатами возникают следующие проблемы:

- строго доказать Предположения 1 и 2;
- найти такие области, что в них не будет единственности стационарных расположений зарядов.

Список использованной литературы:

1. Финогенко И.А. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. - Иркутск: ИДСТУ СО РАН, 2013. - 82 с.
2. Pankov P., Tagaeva S. Mathematical modeling of distribution of discrete electrical charges // Abstracts of the V International Scientific Conference "Asymptotical, Topological and Computer Methods in Mathematics" devoted to the 85 anniversary of Academician M. Imanaliev / Ed. by Academician A.Borubaev. - Bishkek, 2016. – P. 58.